МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПЦИОННОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ СТРУКТУРИРОВАННОГО ФИНАНСОВОГО ПРОДУКТА. ОБЗОР

М.Э. Фатьянова

Научный руководитель: к. ф.-м. н., доцент М.Е. Семёнов

Томский политехнический университет, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: margarett13@tpu.ru

METHODS OF CALCULATION ОПЦИОННОЙ OF THE COMPONENT OF THE STRUCTURED FINANCIAL PRODUCT. THE REVIEW

M.E. Fatyanova

Scientific Supervisor: PhD, associate prof. M.E. Semenov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: margarett13@tpu.ru

Annotation. *In present article 3 methods of definition of fair cost of an option of the structured financial product are considered. The basic ideas of the methods, necessary formulas, advantages and lacks of use are shown.*

В процессе конструирования структурированного финансового продукта (СП) возникает важный вопрос по оценке его рискованной (опционной или фьючерсной) части. В данной статье мы рассмотрим самые распространенные модели оценки опционной составляющей СП, изучим их основные достоинства, недостатки и на наглядном примере продемонстрируем результаты вычисления. Вычисление опционной части СП можно осуществлять с использованием различных методов, в данной работе мы рассмотрим аналитический (Блэка-Шоулза) и численные (биномиальный, Монте-Карло) методы. Таким образом, цель данной работы –рассмотреть теоретические аспекты аналитических и численных методов вычисления опционной составляющей структурированного финансового продукта. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи: 1) рассмотреть основные математические выкладки биномиальной модели ценообразования опционов; 2) привести основную формулу ценообразования опционов методом Монте-Карло; 3) сравнить предложенные 3 метода, выявить достоинства и недостатки.

1. Самым распространенным методом, используемым для оценки деривативов и структурных продуктов, является аналитический метод. Аналитические модели представляют собой четко выраженные математические формулы и зависимости, в которые необходимо подставить имеющиеся экзогенные переменные, чтобы получить конечный, искомый результат расчета [1].

Уравнение Блэка-Шоулза является основным при моделировании покупки и продажи так называемых опционов или производных ценных бумаг. Данное уравнение возникло из задачи определения справедливой (или равновесной) цены опциона, которая устраивает и покупателя, и продавца [2]. Подробные математические выкладки и пояснения данной модели приведены в работе[3], поэтому в данной статье мы не будем снова их приводить.

2. Аналитические формулы имеются лишь для очень ограниченного набора экзотических опционов: бинарных, простейших видов барьерных и азиатских, а также некоторых других. Поэтому в абсолютном большинстве приходится использовать численные методы оценки. Численные методы включают в себя биномиальный и Монте Карло.

Приведем общую формулу для многопериодной биномиальной модели (БМ):

$$c = \frac{1}{R^n} \cdot \left[\sum_{j=0}^{n} \left(\frac{n!}{j! \cdot (n-j)!} \right) \cdot p^j \cdot (1-p)^{n-j} \cdot \max\left(0; u^j \cdot d^{n-j} \cdot S - X\right) \right] \tag{1}$$

Формула (1) говорит о том, что цена опциона равна дисконтированной стоимости суммы ожидаемых выплат по контракту к моменту его истечения. Весь срок обращения разбит на n периодов. Соответственно, в знаменателе R^n – это коэффициент дисконтирования, который учитывает ставку без риска и количество периодов. Числитель показывает ожидаемое значение суммы выплат по опциону с учетом вероятности каждого конкретного исхода. Поскольку мы рассматриваем биномиальный процесс, то в каждом периоде цена акции может пойти либо вверх с вероятностью p, либо вниз с вероятностью (1-p). Индекс j показывает количество периодов, когда цена акции возрастала из общего числа периодов n. Величина (n-j) соответственно, говорит о количестве периодов, в течение которых цена акции падала. Знак суммы в формуле показывает, что количество возможных вариантов роста цены акции имеет диапазон от j=0 до j=n. При j=0 оценивается вероятность падения цены акции в каждом периоде. При j=n оценивается вероятность роста цены акции в каждом периоде. Оцениваются все возможные комбинации движений цены акции за n периодов. Выражение $n!/(j! \cdot (n-j)!)$ показывает количество различных комбинаций движения цены акции, которые дают одну и ту же цену к моменту истечения контракта. Выражение $p^j \cdot (1-p)^{n-j}$ говорит о вероятности события, когда курс акции вырастет j раз и упадет (n-j) раз. Комбинация [max (0; $u^j \cdot d^{n-j} \cdot S-X$)] дает выплату по опциону к моменту истечения контракта, если цена акции росла в j периодах на величину u и падала в (n-j) периодах на величину d. Все выражение без знака суммы формулы (1), которое стоит перед [max (0; $u^j \cdot d^{n-j} \cdot S-X$)] показывает вероятность того, что цена акции будет расти в j периодах из n периодов и падать в (n-j) периодах с учетом всех возможных комбинаций роста и падения цены акции [4].

Основное допущение БМ для цен опционов состоит в том, что рынок опционов является эффективным, т.е. спекулянты не могут получить чрезмерную прибыль от комбинации с базисным инструментом и опционом при их одновременной покупке и/или продаже [5]. Представление модели обычно строится для европейского опциона, который может быть исполнен в день погашения.

3. Метод Монте-Карло заключается в оценке математического ожидания выплаты, которую сгенерирует опцион для его владельца, путем многократного генерирования возможных ценовых путей движения акции. Алгоритм оценки опциона методом Монте-Карло мы рассматривали в работе [6].Генерирование случайного значения будущей цены акции происходит с помощью следующей формулы:

$$S_t = S_0 \cdot \exp\left(\left(\mu - 0.5 \cdot \sigma^2\right) \cdot t + \sigma \cdot \sqrt{t} \cdot N_{0,1}\right), \tag{2}$$

где t –момент времени в годах,S_t – цена акции в будущий момент времени t,S_0 – текущая цена акции,μ – математическое ожидание доходности акции, выраженной в % годовых («ожидаемой доходностью» акции),σ – стандартное отклонение доходности акции, выраженной в % годовых («волатильность»),$N_{0,1}$ – случайная величина, имеющая стандартное нормальное распределение (μ=0, σ=1) [1].

Приведем сравнительный анализ, выявим основные достоинства и недостатки моделей.

Модель Блэка-Шоулза является аналитической моделью, которая оценивает лишь опционы европейского типа. Основные преимущества:простота выполнения, скорость расчетов на наивысшем уровне.Недостатки: метод применим только европейского типа опциона и для нормального распределения доходностей, невозможность анализа ошибок метода, не учитываются «улыбки» волатильности. Также модель Блэка-Шоулза используется лишь для очень ограниченного набора экзотических опционов: бинарных, простейших видов барьерных и азиатских, а также некоторых других. Поэтому в абсолютном большинстве приходится использовать численные методы оценки [3].

Биномиальная модель является численным методом нахождения как европейского, так и американского опционов. Выявлены следующиедостоинства: простота реализации, возможность выполнения метода несколькими способами – с применением рекурсии, вычислением сочетаний и т.д.; наглядность результатов. Недостатки метода: те же, что и в модели Блэка-Шоулза, также зависимость точности оценки от сетки.

Метод Монте-Карло также является численным методом нахождения в большей степени для европейского, нежели американского опционов. Выявлены преимущества: интуитивно понятный процесс – стоимость опциона есть, грубо говоря, сумма денег, которую мы в среднем заработаем, купив опцион; метод достаточно универсальный – позволяет оценивать почти любые опционы, в том числе экзотические (азиатские, барьерные и др.); модель не слишком сложна в реализации – можно реализовать оценку опционов в файле Excel или с помощью VBA; возможность анализа ошибок. Недостатки: плохо подходит для оценки американских опционов и других опционов с возможностью досрочного истечения; для достижения высокой точности нужно совершить большое количество итераций, что требует больше времени по сравнению, например, с формулой Блэка-Шоулза [7].

Подбирая оптимальный метод вычисления стоимости опциона, мы сможем добиться повышения точности и, соответственно, уменьшения погрешности. Этот факт позволит конструировать СП с более корректными параметрами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. «Ванильный» и экзотический опционы. Методы оценки опционов [Электронный ресурс] URL: http://iambinarytrader.ru/metody-otsenki-optsionov/ (Дата обращения: 23.02.15).
2. Крицкий О.Л. Случайные процессы. Алгоритмы. Методы. Решения. - Saarbrucken: PalmariumAcademicPublishing, 2013. - 144 с.
3. Фатьянова М.Э, Семенов М.Е. Структурированный инвестиционный продукт как оптимальное соотношение риска и доходности [Электронный ресурс] URL: http://science-persp.tpu.ru/Previous%20Materials/Konf_2013.pdf (Дата обращения: 23.02.15).
4. Буренин А.Н. Форварды, фьючерсы, опционы, экзотические производные. – М.: НТО – 2008. – 512 с.
5. Мицель А.А., Евремов В.А. Финансовый инжиниринг на рынке опционов // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – № 6. – С. 47-49.

6. Фатьянова М.Э, Семенов М.Е. Моделирование структурированных финансовых продуктов со встроенными барьерными опционами класса KNOCK-IN [Электронный ресурс] URL: http://science-persp.tpu.ru/Previous%20Materials/Konf_2014.pdf(Дата обращения: 23.02.15).
7. Вайн С. Опционы: Полный курс для профессионалов. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2008. – 466 с.